

## Unu

Foje okazas ke pragmatulo diras min : « kial vi interesiĝas pri Esperanto, kvankam ĝi estas neniel utila ? »  
 Foje alia pragmatulo diras min « kial vi interesiĝas pri matematiko, kvankam ĝi estas neniel utila ? » Mi pretigis saman respondon por ambaŭ pragmatuloj : « Ĝuste tial mi prie interesiĝas, ke oni efektive sane vivas sene. ». Jen provokema respondo ĉar mi estas konvinkita ke Esperanto povus facile pruvi sian utilecon, kaj ke matematiko ne plu bezonas ion pruvi pri sia senĉesa utileco. Miaflanke mi ignoras la vinagro-pisulojn kaj plu delectas min per la neutilaĵoj.

Okazis ĉi-somere en la torporo de la UK en Lisbono (jes ja, nu ne ĉiuj prelegoj estis atentovekaj), ke mi pensis pri amuzaj manieroj esprimi la nombron « unu », kaj malkovris ke ĝi estas skribebla per :

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \text{ do per la sumo de du neracionalaj nombroj.}$$

Mi precizigu ke la formulo ne havas proksimuman valoron, sed matematike ekzaktan. La recepto estas simpla, ĉar ĝi estas la solvo de la ekvacio :  $x^3 + 3x - 4 = 0$  kiu havas nur unu reelan solvon kaj evidente 1.

Pli ĝenerale la solvado de :  $x^3 + px - p - 1 = 0$  donas « beletajn » rezultojn kiam la parametro  $p$  varias (post rearanĝo) :

$$\sqrt[3]{\pi + (\pi + 1)\sqrt{\frac{8\pi - 1}{27}}} + \sqrt[3]{\pi - (\pi + 1)\sqrt{\frac{8\pi - 1}{27}}} = 1$$

El la ĉi-antaŭa oni povas anstataŭigi  $\pi$  per io ajn (eĉ per kompleksa nombro), la rezulto plu restos ...

$$\sqrt[3]{\sqrt[17]{13} + (\sqrt[17]{13} + 1)\sqrt{\frac{8\sqrt[17]{13} - 1}{27}}} + \sqrt[3]{\sqrt[17]{13} - (\sqrt[17]{13} + 1)\sqrt{\frac{8\sqrt[17]{13} - 1}{27}}} = 1$$

Per romiaj nombroj :  $\sqrt[11]{IX + X\sqrt{\frac{LXXII}{XXVII}}} + \sqrt[11]{IX - X\sqrt{\frac{LXXII}{XXVII}}} = I$

Binare :  $\sqrt[11]{101 + 110\sqrt{\frac{100111}{11011}}} + \sqrt[11]{101 - 110\sqrt{\frac{100111}{11011}}} = 1$

Deksesume :  $\sqrt[3]{D + E\sqrt{\frac{67}{1B}}} + \sqrt[3]{D - E\sqrt{\frac{67}{1B}}} = 1$

Iteracie :

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{7 + \sqrt{50}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{50}} + \sqrt[3]{\sqrt[3]{70 + \sqrt{4901}} + \sqrt[3]{70 - \sqrt{4901}}}} + \sqrt[3]{\sqrt[3]{7 + \sqrt{50}} - \sqrt[3]{7 - \sqrt{50}} - \sqrt[3]{\sqrt[3]{70 + \sqrt{4901}} + \sqrt[3]{70 - \sqrt{4901}}}} = 1$$

Analoge per kvaragrada ekvacio, ni retrovas alian vizaĝon de 1 :

$$\frac{1}{2} \left( \sqrt[3]{\sqrt[3]{\frac{27 + \sqrt{27^2 + 108}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{27 - \sqrt{27^2 + 108}}{2}}} - 2 + \sqrt[3]{\frac{2}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\frac{27 + \sqrt{27^2 + 108}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{27 - \sqrt{27^2 + 108}}{2}}} - 2}} - \sqrt[3]{\frac{27 + \sqrt{27^2 + 108}}{2}} - \sqrt[3]{\frac{27 - \sqrt{27^2 + 108}}{2}} - 4 \right)$$

Se triagrada ekvacio estas solvebla dum UK-kunveno, kvaragrada necesigas kelktagan koncentriĝon. La afero ne estas aparte komplika, sed svarmas la okazoj miskalkuli.

La afero ne estas farebla ekde la kvina grado (tion Niels Hendrick Abel (20 ans) en 1824, kaj Évariste Galois (20 ans) en 1831 dise pruvis). Eble feliĉe ...

Same amuza :  $\log_{\sqrt[3]{7+\sqrt{50}}+\sqrt[3]{7-\sqrt{50}}}(\sqrt[3]{70+\sqrt{4901}}+\sqrt[3]{70-\sqrt{4901}}\sqrt{32}) = 1$

Analoge, solvante :  $x^4 + px^2 + qx - p - q - 1 = 0$  kies solvo estas 1 ( $\forall p$  et  $\forall q$ ) :

$$\text{Se : } a = -\sqrt{\sum_{i=0}^1 \sqrt[3]{72(p+q+1)p+2p^3+27q^2+(-1)^i \sqrt{(72(p+q+1)p+2p^3+27q^2)^2-4(p^2-12(p+q+1))^3}} - \frac{2}{3}p}$$

do  $\frac{a + \sqrt{-a^2 - 2(p + \frac{q}{a})}}{2} = 1$  kun du parametroj  $p$  kaj  $q$  !!

Christian Rivière