Les conjonctions de coordination

Le présent document aurait pu s'intituler « Les opérations mathématiques internes », mais vraisemblablement son audience aurait été moindre, encore que…

Il se propose de présenter une analogie entre deux notions a priori sans liens parce que ne concernant pas les mêmes disciplines. Bien sûr, l'exemple choisi n'est qu'un cas particulier de corrélation possible entre des notions mathématiques d'une part, et des notions linguistiques d'autre part.

Concernant les conjonctions de coordination, ce n'est pas l'objet ici d'en faire une analyse approfondie, notamment sur le plan sémantique. Par exemple, les nombreuses nuances de sens de certaines conjonctions (typiquement *et* et *mais*) ne seront pas évoquées.

Ce n'est d'ailleurs pas l'objet non plus de présenter toutes les propriétés des opérations en mathématique. Les notions d'associativité, d'élément neutre, d'opposé, de distributivité ne seront pas mentionnées. Seule la commutativité intervient sans être hors sujet.

Pour commencer, voici deux petits problèmes assez simples, mais qui ont visiblement l'art de semer le doute :

Problème n°1 : *Dix personnes se sont réunies et sortent une par une. Combien d'ordres de sorties de ces personnes sont possibles ?*
En premier, **10** personnes sont possibles, en deuxième les **9** personnes restantes sont possibles, en troisième les **8** restantes, … en dixième place plus qu'**1** seule.

Problème n°2 : *Onze personnes se sont réunies. A leur départ, combien y aura-t-il de poignées de mains ?*
La première personne serre **10** mains à son départ, la deuxième **9**, la troisième **8**, … la dixième **1** seule.

Ces deux problèmes sont apparemment similaires, et leurs solutions respectives se déduisent visiblement de la même suite de nombres : **10**, **9**, **8**, … **2**, **1**. L'expérience prouve que beaucoup (collégiens, lycéens et même étudiants) hésitent entre deux choix : multiplication ou addition. Bien peu font les deux bons choix. Cela prouve que si la plupart savent calculer mécaniquement, éventuellement connaissent les tables et savent quoi faire des retenues, les significations respectives de ces deux opérations ne sont pas comprises (la lecture des résultats ci-après prouve aussi que peu d'entre eux sont capables d'évaluer par avance l'ordre de grandeur d'un résultat).

Or, ces deux problèmes sont de natures bien différentes. Pour s'en convaincre, il suffit d'énoncer les deux raisonnements comme suit :
Problème n°1 : en premier, 10 personnes sont possibles. **Pour chacune** de ces 10 possibilités, 9 sont possibles en deuxième. **Pour chacune** des 10 possibilités en première place et **pour chacune** des 9 possibilités en deuxième, 8 sont possibles en troisième, etc.
Problème n°2 : la première personne serre 10 mains à son départ **et** puis la deuxième 9 mains **et** puis la troisième 8 mains, … **et** puis la dixième 1 main.

Ces énoncés nous conduisent implicitement aux solutions.
Problème n°1 : la présence de l'expression « **pour chacune** » nous conduit à faire une multiplication :
10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 3628800 ordres possibles de sortie.
Problème n°2 : la présence de la conjonction de coordination « **et** » nous conduit à faire une addition :
10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55 poignées de mains

Comparaison entre addition et multiplication ;

L'opération arithmétique la plus basique est la **multiplication**. Elle consiste à combiner un nombre avec un objet (pouvant être n'importe quoi, y compris … un nombre). Le résultat est un objet. En fait, il s'agit simplement d'un comptage. Quelques exemples : 3 crayons, 4 minutes, 15 maisons, 9 unités, 7 paquets de 8 unités, …
Il s'agit donc d'une **opération externe a priori,** c'est-à-dire qu'elle combine deux éléments d'ensembles différents.
Note : 7 paquets de 8 unités s'écrit bien sûr communément 7 x 8. Il n'est pas bien difficile de montrer que 7 paquets de 8 unités est la même chose que 8 paquets de 7 unités, soit 56 unités. D'ailleurs, comme tout le monde sait : 7x8 = 8x7. Il faut toutefois noter que si la multiplication de nombres est commutative, elle l'est de façon non implicite (uniquement parce qu'on le démontre, même si cela est facile).
Note : en dehors de l'arithmétique, la multiplication est une notion mathématique beaucoup plus générale communément appelée « produit ». Ce n'est pas le sujet ici.

L'**addition** est une **opération interne**, car on additionne des choses **de même nature**. Traditionnellement, on dit qu' « on n'ajoute pas des choux et des carottes ». Par exemple, pour ajouter des tiers et des quarts, il faut préalablement réduire au même dénominateur, afin d'ajouter des douzièmes avec des douzièmes.
Note : l'addition est implicitement commutative.

Note : en faisant un petit détour par le calcul matriciel en mathématique, on remarque que l'addition de matrices ne peut se faire qu'entre matrices de même dimension, alors que la multiplication implique des matrices de dimensions différentes (à l'exception des matrices carrées). Accessoirement, l'addition matricielle est commutative, alors que la multiplication ne l'est pas.

Quel est le rapport entre ces considérations concernant les opérations arithmétiques et les conjonctions de coordination ? Pour le savoir, il suffit de lire la définition suivante : La conjonction de coordination sert à relier des mots **de même nature** (noms, pronoms, adjectifs, adverbes ou verbes) ou des propositions **de même nature** (indépendantes, principales, subordonnées). *Grammaire A.Hamon / Hachette 1966.*

Il n'est donc pas étonnant que l'énoncé du second problème, utilisant une conjonction de coordination (en l'occurrence « et »), nous conduise à appliquer une opération arithmétique interne (en l'occurrence l'addition).

Les autres conjonctions de coordination fonctionnent elles aussi comme des opérations internes, c'est-à-dire qu'elles servent à relier des entités de même nature. Elles se classent en trois catégories.

1. arithmétique (combinaison de nombres, de quantités, de chaînes de caractères)

    plus / et : on ajoute
    moins : on soustrait
    mais pas, ni, ni même : on ignore

    note : dans l'expression d'un nombre relatif (« moins deux », « plus cinq »), *moins* et *plus* ne sont pas des conjonctions de coordination mais des adverbes (car ils se rapportent à un adjectif cardinal).

2. logique (combinaison d'informations binaires, d'ensembles, d'évènements, de mots informatiques)

et	*rouge **et** bleu*
ou (inclusif)	*rouge **ou** bleu*
ou bien (exclusif)	*rouge **ou bien** bleu*
ni	***ni** rouge **ni** bleu*

    note : en logique ou en informatique, les opérateurs « et », « ou » et « ou bien » sont notés respectivement « & », « | » et « ^ ». Ils sont d'ailleurs commutatifs.

    note : en théorie des ensembles, les opérateurs « et » et « ou » sont nommés respectivement « **inter** » (noté « ∩ ») et « **union** » (noté « ∪ »), qui ont donc le statut de … conjonction de coordination. Eux aussi sont commutatifs.

3. implication (combinaison d'une assertion (information binaire) et d'une autre assertion)

  implication logique (vrai => vrai)

    car (cause)
    donc (conséquence)

    ***Car** il pleut **donc** les plantes vont pousser.* (en pratique, on marque soit la cause, soit la conséquence, mais pas les deux)

    note : en logique, on utilise l'opérateur d'implication « => » entre la cause et la conséquence. Il n'est pas commutatif (sauf en cas d'équivalence « <=> », ce qui s'exprime par « ***et réciproquement*** »).

  implication illogique (vrai => faux)

    or (cause fausse) (*)

    *Les plantes poussent, **or** il n'a pas plu.*

    mais (conséquence inattendue)

    *Il n'a pas plu, **mais** les plantes poussent.*

    note : cette dernière catégorie (exprimant une implication), reste dans la catégorie des conjonctions de coordination en ce sens qu'elle sert à relier des assertions entre elles (opération interne). Toutefois, ces deux assertions sont différentes en ce sens que l'une est une cause alors que l'autre est une conséquence. De fait, elles ne peuvent être inversées (non commutativité), mais bien entendu, elles peuvent changer de rôle dans d'autres phrases.

note : la remarque précédente pourrait, de façon analogue, concerner l'opération de combinaison des racines dans le cas d'une langue comme l'espéranto. La combinaison de deux racines donne une racine (opération interne) comme suit : (vel | ŝip)+o = velŝipo (bateau à voile). Mais « vel » est l'élément secondaire alors que « ŝip » est l'élément principal (celui qui donne le sens principal). C'est ce qui explique qu'il n'y a pas commutativité, ainsi : (ŝip | vel)+o = ŝipvelo (voile pour bateau). Attention : le symbole « | » est ici inspiré de l'informatique, et n'a bien sûr rien à voir avec le même symbole utilisé en logique (voir ci-avant) et dans certains langages de programmation pour exprimer le « ou » inclusif.

note : il n'existe pas en français de conjonction de coordination pour exprimer la fausse cause (*) (« pas parce que », « non pas à cause de ») ou la double cause (« non seulement parce que »).

(*) Une « cause fausse » est un fait qui devrait être la cause mais qui n'est pas vrai (effectif) présentement. Une « fausse cause » est un fait (vrai / effectif) qui pourrait sembler être la cause alors que la cause est autre.

Donc, au lieu d'énoncer les conjonctions de coordination dans l'ordre absurde « *mais ou et donc or ni car* », ce qui n'a pas d'intérêt sauf d'amuser les enfants (et encore), il serait plus sérieux de les lister comme suit : « *plus moins et ou ni car donc or mais* ». A noter que la *Grammaire A.Hamon / Hachette,* qui traite des conjonctions de coordination de la page 156 à la page 160 (cours de 4ème en 1966 !!), les cite dans un ordre assez proche.

Conclusions

Du point de vue mathématique, l'analogie présentée ci-avant n'est qu'un exemple bien modeste, plus proche de l'arithmétique usuelle que des mathématiques à proprement parler. Toutefois, ce choix délibéré (deux notions simples vues à l'école primaire : conjonction de coordination et addition), est assez significatif de l'intérêt que pourrait présenter une certaine interdisciplinarité dans l'enseignement, de l'école primaire au lycée. Pratiquement, toutes les branches des mathématiques pourraient être facilitées par un tel enseignement croisé : algèbre, logique, combinatoire, statistique, … d'autant que plusieurs notions linguistiques (pas seulement grammaticales) pourraient être concernées.

L'étude de la géographie est aussi un élément absolument indispensable pour l'étude des mathématiques. En effet, elle permet d'éduquer à la visualisation dans l'espace, et apprend à localiser mentalement. Les éléments visualisés peuvent être des notions totalement abstraites. Ils sont par ailleurs statiques ou dynamiques, ponctuels, linéaires, surfaciques ou volumiques, continus, denses ou discrets, et même numériques … Citons, parmi les mathématiques concernées : la géométrie, la topologie, l'algèbre, l'analyse, la cinématique… L'abandon de l'enseignement de la géographie nuit gravement à l'acquisition des notions mathématiques (dont l'enseignement semble lui aussi mis de côté).

Concernant le français et les mathématiques, le lien est de nature différente. Disons que :

1. un problème mathématique se résout souvent mieux s'il est énoncé avec des phrases (cela vaut pour l'ensemble du raisonnement, et ce jusqu'à la présentation de la solution). En tous cas, la formulation à outrance des énoncés et des démonstrations ne garantit pas l'optimum d'efficacité dans la compréhension des notions mathématiques. Pour aller plus loin, la traditionnelle rédaction pourrait faire partie des épreuves d'examen en mathématiques, comme cela se fait en philosophie.

2. en retour, l'étude des mathématiques est un bon moyen (parmi d'autres) pour améliorer la maîtrise de sa langue. En effet, les énoncés mathématiques doivent être concis (sans redondance ni superflu), cohérents, clairs, ordonnés, sensés, non ambigus, complets. En un mot, ils sont exigeants.

Christian Rivière (5 novembre 2021)

En français	En Esperanto
conjonction de coordination	***konjunkcio***
opération interne	***interna operacio***
plus / et	***plus / kaj***
moins	***minus***
mais pas, ni, ni même	***sed krom, nek, eĉ nek***
et	***kaj***
ou	***aŭ***
ou bien	***ĉu (*), disaŭ (PIV), aŭ … ekskluzive***
ni	***nek***
car	***ĉar***
donc	***do***
or	***nu***
mais	***sed***
non pas parce que, non pas à cause de	***ne ĉar***
non seulement parce que	***ne nur ĉar***

(*) malgraŭ malkonsiloj (i.e. de PIV), ŝajnas ke « ĉu » estus perfekta kandidato por tiu bezono, ĉar simpla kaj elvokiva. Cetere la binara senco de « ĉu » (demando kies respondo estu « jes » aŭ « ne », esprimo de alternativo) nature implicas ideon de ekskluziveco.

Christian Rivière (la 5-an de novembro 2021-a / ĝisdatigo la 22-an de oktobro 2022-a)